

Une partie de go fait apparaître deux collections d'objets : les pierres noires et blanches. A la fin de chaque partie, les joueurs comparent ces deux collections pour connaître le vainqueur. Pour exploiter le jeu mathématiquement, on pose aussi régulièrement à la fin des parties la question : combien y a-t-il de pierres en tout sur le goban ?

Dans la classification proposée, on considère les problèmes qui mettent en jeu une ou deux collections d'objets.

### Problèmes mettant en jeu deux collections d'objets

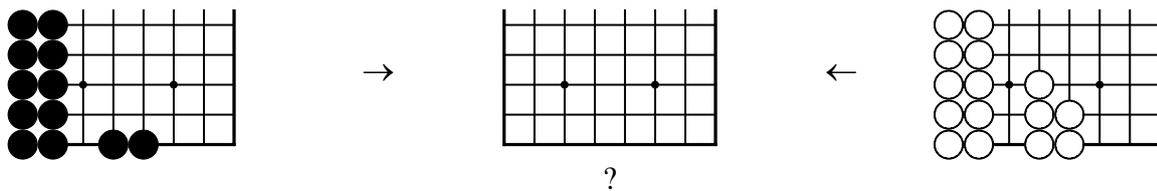
On considère les deux catégories :

« Tout et parties », associée à la question : combien y a-t-il de pierres en tout ?

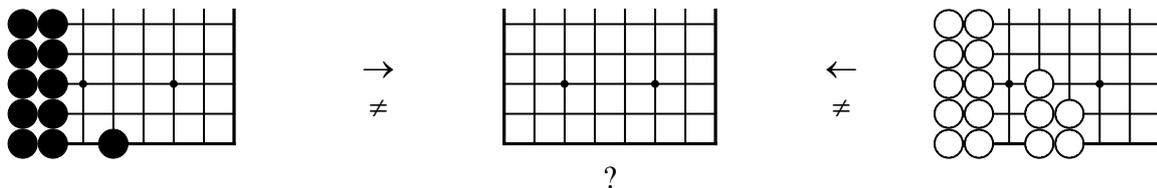
« Comparaison », associée à la question : qui a gagné ?

Les représentations associées aux problèmes mettant en jeu deux collections d'objets comporteront des pierres noires et blanches.

Catégorie 1 : Il s'agit ici de « mettre ensemble » toutes les pierres sur la grille du milieu.



Catégorie 2 : Il s'agit ici d'illustrer l'écart sur la grille du milieu



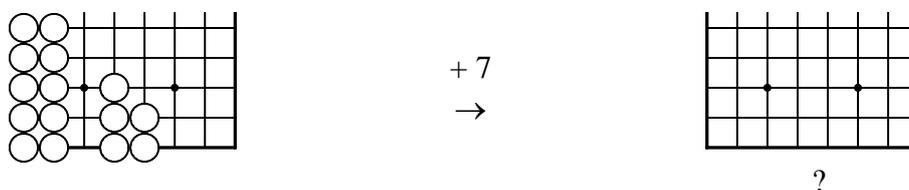
### Problèmes mettant en jeu une collection d'objets

On considère la catégorie : « avant-après ».

On fera apparaître des problèmes de « composition de transformations ».

Les représentations associées aux problèmes mettant en jeu une collection d'objets ne comporteront que des pierres d'une même couleur.

Catégorie 3 : Il s'agit ici de représenter l'état final sur la grille de droite.



## Types d'exercices par catégories

- Tout et parties ou mettre ensemble
  - ✓ Recherche du tout.
  - ✓ Recherche d'une partie.
- Comparer
  - ✓ Recherche de la comparaison positive.
  - ✓ Recherche de la comparaison négative.
  - ✓ Recherche de l'écart ou de la différence.
  - ✓ Recherche du plus grand des deux nombres.
  - ✓ Recherche du plus petit des deux nombres.
- Avant-après
  - ✓ Recherche de l'état final dans une transformation positive.
  - ✓ Recherche de l'état final dans une transformation négative.
  - ✓ Recherche de l'état initial dans une transformation positive.
  - ✓ Recherche de l'état initial dans une transformation négative.
  - ✓ Recherche de la transformation.

## Cas particuliers

Dans cette classification, ajouter des pierres noires à des pierres blanches est considéré comme un problème de la catégorie « mettre ensemble », ajouter des pierres blanches à des pierres blanches est considéré comme un problème de la catégorie « avant-après », le premier critère de classification est le nombre de collections.

## Enoncés associés à une représentation

- Pour expliquer une représentation comportant des pions de deux couleurs on pourra systématiquement considérer une position de fin de partie au go.

**Exemple 1** (page précédente) : Noir a 12 pierres. Blanc a 15 pierres. On veut savoir combien il y a de pierres en tout.

**Exemple 2** (page précédente) : Noir a 11 pierres. Blanc a 15 pierres. On doit dire qui a le plus de pierres et quel est l'écart entre les deux nombres.

L'écart est représenté dans la couleur de la collection qui a le plus grand cardinal (nombre d'éléments). Ici il est représenté par quatre pierres blanches.

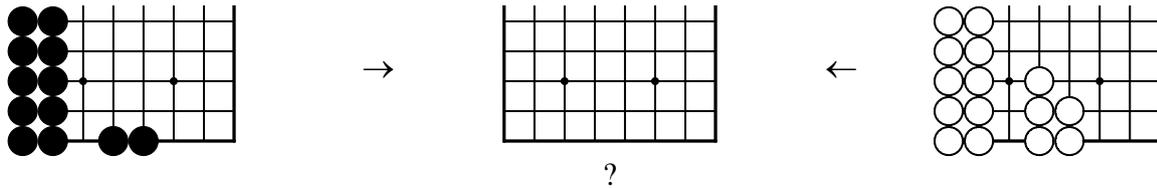
- Pour expliquer une représentation comportant des pions d'une seule couleur on pourra systématiquement considérer que les pions représentent des billes.

**Exemple 3** (page précédente) : Blanc a 15 billes au début d'une partie. Il joue et il en gagne 7. Combien en a-t-il à la fin de la partie ?

## Problèmes du type « tout et parties » ou « mettre ensemble ».

### Recherche du tout

- Il y a sur le plateau 12 pierres noires et 15 pierres blanches.  
Combien y a-t-il de pierres en tout ?
- Dans un train, il y a 12 passagers dans le premier wagon, 15 dans le second.  
Combien a-t-il de passagers en tout ?



### Exemple de mise en place en classe

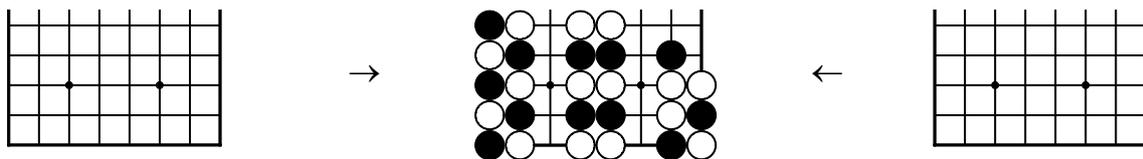
On utilise ici trois « grilles de comptage 30 » que l'on place au tableau.

On demande à un élève de représenter le nombre 12 avec des pierres noires sur la première grille et le nombre 15 avec des pierres blanches sur la troisième. On pose la question.

Pour illustrer ce problème, on dessine les flèches qui montrent le déplacement des pierres vers la grille du milieu qui va être effectuée et le point d'interrogation.

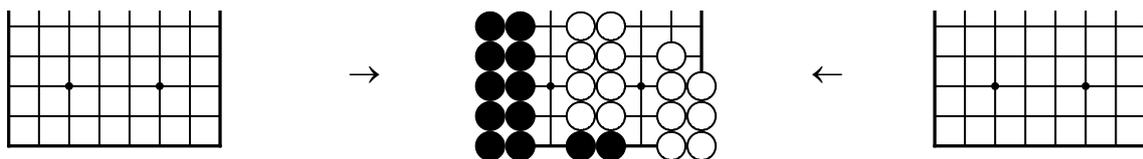
On déplace les pierres.

Cas général



Cas particulier : **ajouter des pierres blanches aux pierres noires.**

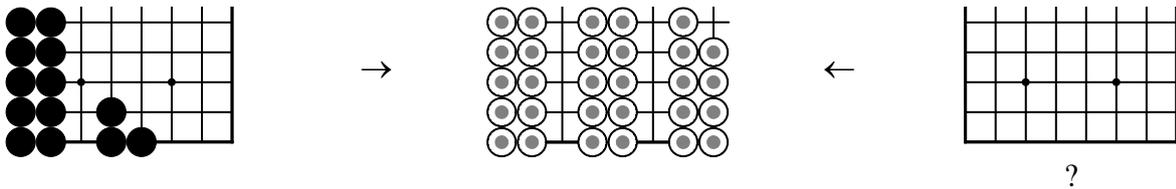
On a d'abord déplacé les 12 pierres noires puis on a ajouté les 15 pierres blanches aux 12 pierres noires



## Recherche d'une partie

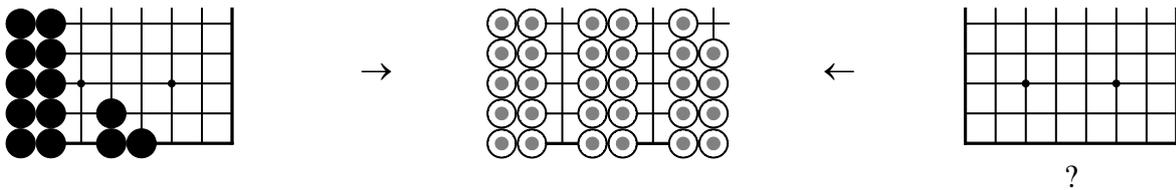
Il y a sur le plateau 29 pierres de go en tout. 13 de ces pierres sont noires.  
Combien y a-t-il de pierres blanches ?

Il y a 29 élèves dans la classe d'Alice. 13 d'entre eux sont des filles.  
Combien y a-t-il de garçons ?

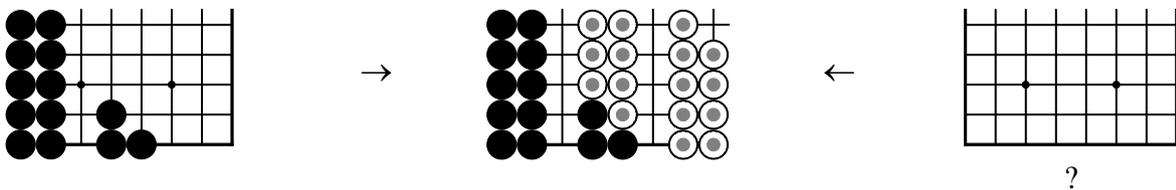


## Exemple de mise en place en classe

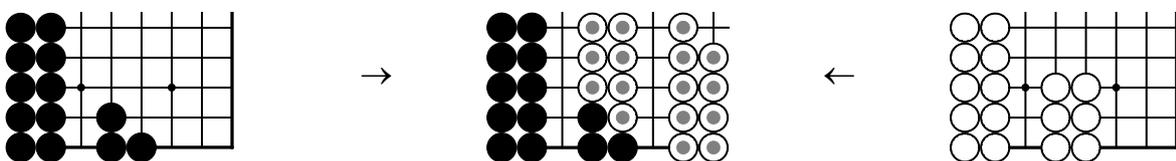
On peut représenter au tableau l'exercice en utilisant pour le diagramme du milieu 29 pions bicolores, faces blanches visibles sur lesquelles on a posé des gommettes.



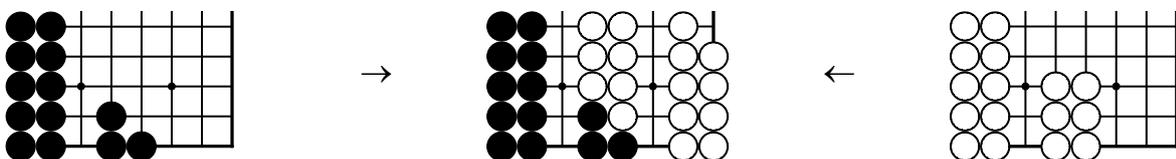
Pour le résoudre, on retourne ensuite 13 des 29 pierres du diagramme du milieu.



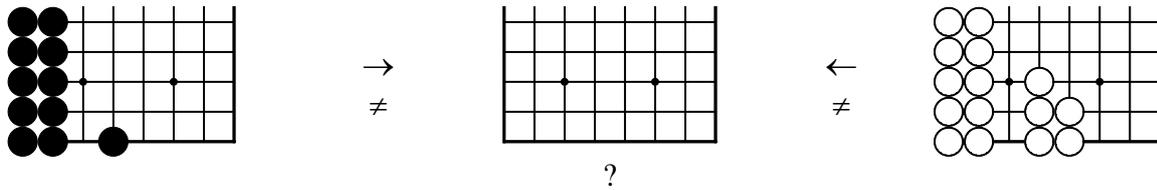
On peut alors compléter le diagramme de droite.  
La situation est illustrée.



Dernière étape pour les perfectionnistes :



## Problèmes du type « comparaison »



L'écart doit être représenté sur la grille du milieu, dans la couleur du plus grand nombre. On habitue l'élève à déterminer le plus grand des deux nombres.

- **Recherche de la comparaison positive**

Noir a 11 pierres, Blanc en a 15.  
Combien Blanc a-t-il de pierres de plus que Noir ?

Sarah a 11 livres. Muriel en a 15.  
Combien de livres Muriel a-t-elle de plus que Sarah ?

- **Recherche de la comparaison négative**

Noir a 11 pierres, Blanc en a 15.  
Combien Noir a-t-il de pierres de moins que Blanc ?

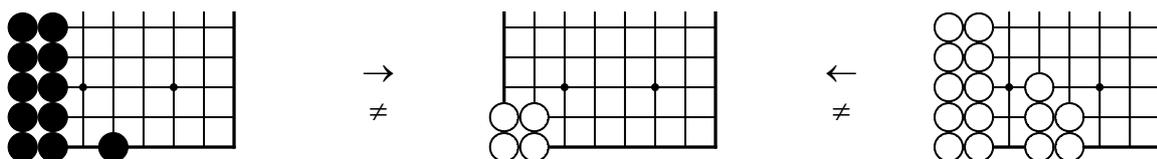
Jérôme a 11 jeux. Charlotte en a 15.  
Combien de jeux Jérôme a-t-il de moins que Charlotte ?

- **Recherche de l'écart, la différence**

Noir a 11 pierres, Blanc en a 15.  
Quel est l'écart (quelle est la différence) entre ces deux nombres ?

Benjamin a 11 cousins, Julie en a 15.  
Quel est l'écart, la différence, entre le nombre de cousins de Julie et celui de Benjamin ?

## Représentation de la réponse sur la grille du milieu dans les 3 cas



L'écart est représenté dans la couleur du plus grand des deux nombres à comparer.

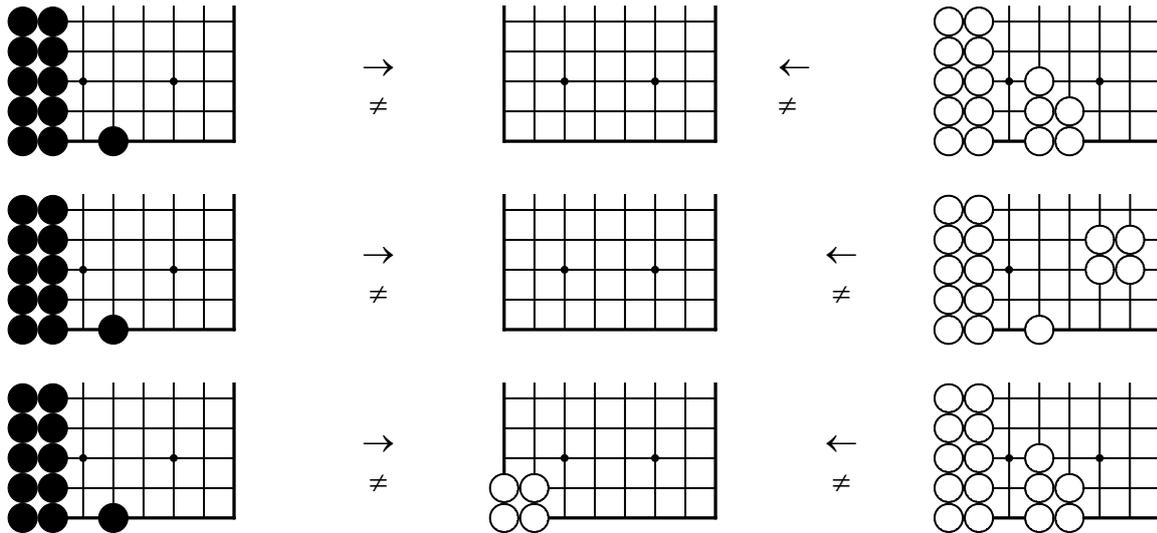
**Manipulations envisageables pour illustrer ou résoudre l'exercice.**

- **Recherche de la comparaison positive**

Combien Blanc a-t-il de pierres de plus que Noir ?

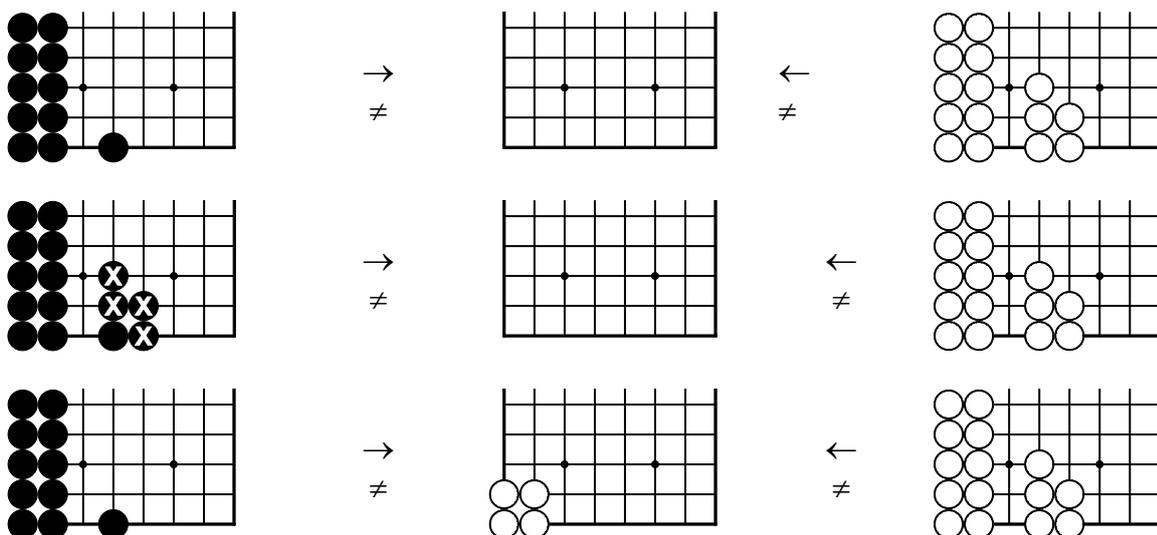
- **Recherche de l'écart, la différence**

Quel est l'écart (quelle est la différence) entre ces deux nombres ?



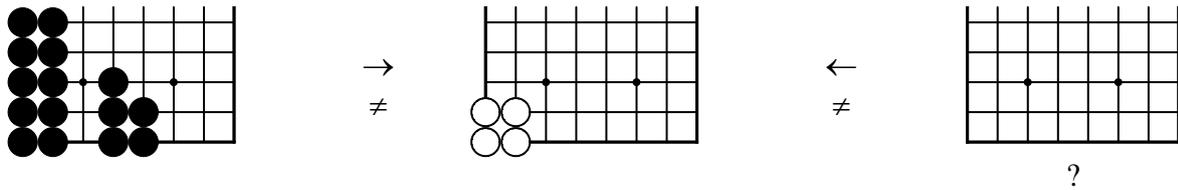
- **Recherche de la comparaison négative**

Combien Noir a-t-il de pierres de moins que Blanc ?



On représente la différence dans la couleur du plus grand nombre.

### Comparaison - Recherche du plus grand nombre



Noir a 15 pierres. Blanc en a 4 de plus. Combien Blanc a-t-il de pierres ?

Eugénie a marqué 15 buts. Ada a marqué 4 ans de plus qu'Eugénie.  
Combien Ada a-t-elle marqué de buts ?

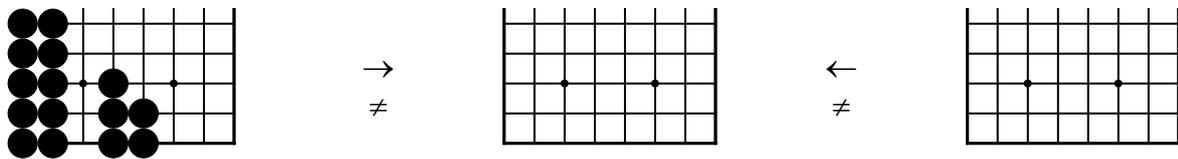
ou

Noir a 15 pierres. Il en a 4 de moins que Blanc. Combien Blanc a-t-il de pierres ?

Eugénie a marqué 15 buts. Elle a marqué 4 buts de moins qu'Ada.  
Combien Ada a-t-elle marqué de buts ?

### Marche à suivre pour représenter la situation et traiter le problème

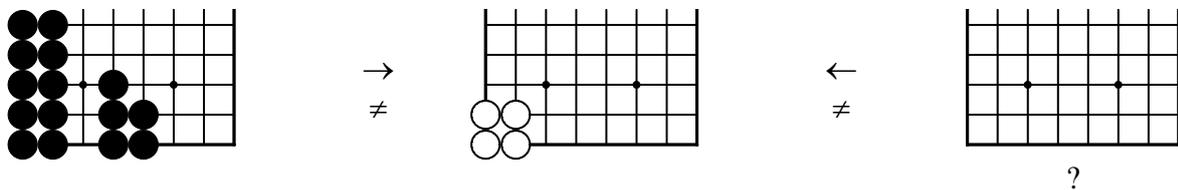
Noir a 15 pierres. On représente cette donnée sur la première grille.



« Blanc en a 4 de plus (que Noir) » ou « il (Noir) en a 4 de moins que Blanc ».

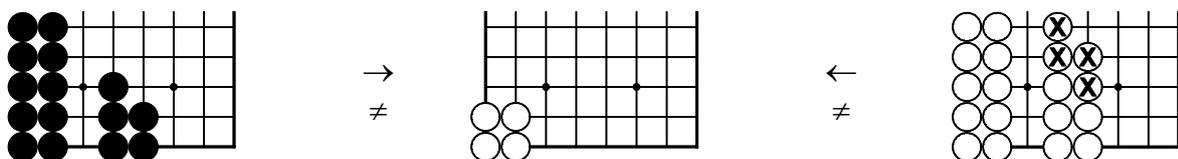
On en déduit que le plus grand nombre est le nombre de pierres blanches.

On représente donc l'écart en blanc sur la grille du milieu. On rajoute le point d'interrogation.

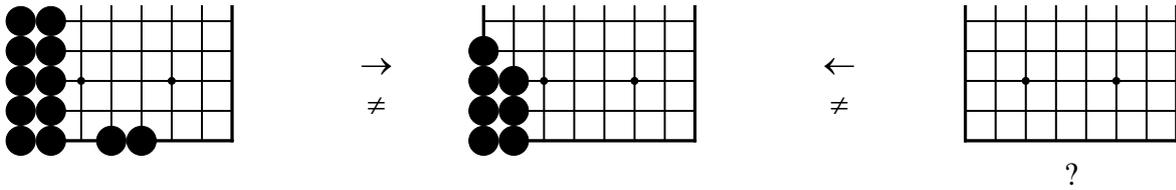


Combien y a-t-il de pierres blanches sur le plateau ?

On place 15 pierres blanches sur la 3<sup>ème</sup> grille puis on en rajoute 4.



## Comparaison - Recherche du plus petit nombre



Noir a 12 pierres. Blanc en a 7 de moins. Combien Blanc a-t-il de pierres ?

Jules connaît 12 capitales. César en connaît 7 de moins.

Combien de capitales César connaît-il ?

ou

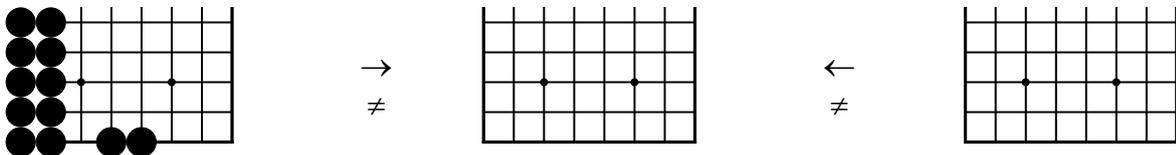
Noir a 12 pierres. Il en a 7 de plus que Blanc. Combien Blanc a-t-il de pierres ?

Jules connaît 12 capitales. Il en connaît 7 de plus que César.

Combien de capitales César connaît-il ?

## Marche à suivre pour représenter la situation et traiter le problème

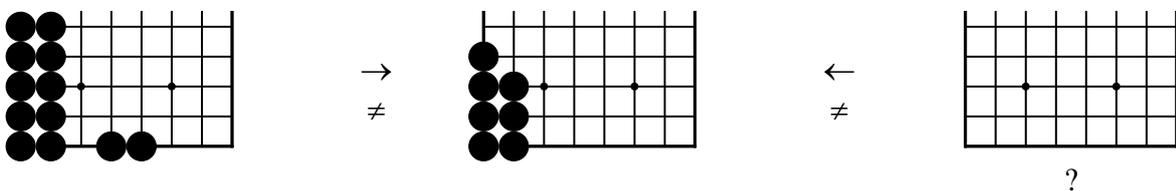
Noir a 12 pierres. On place cette donnée sur la première grille.



« Blanc en a 7 de moins (que Noir) » ou « Il (Noir) en a 7 de plus que Blanc ».

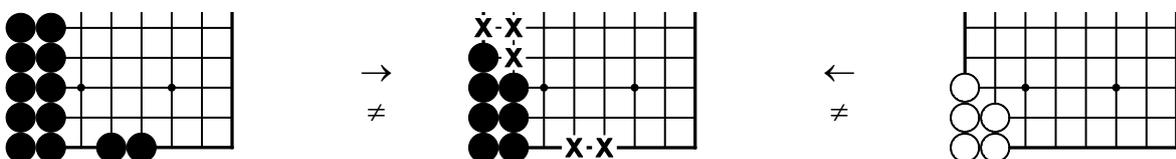
On en déduit que le plus grand nombre de pierres est celui des pierres noires.

On représente donc l'écart en noir sur la grille du milieu. On rajoute le point d'interrogation.



Combien y a-t-il de pierres blanches sur le plateau ?

On peut par exemple imaginer que l'on complète le diagramme du milieu pour arriver à 12.

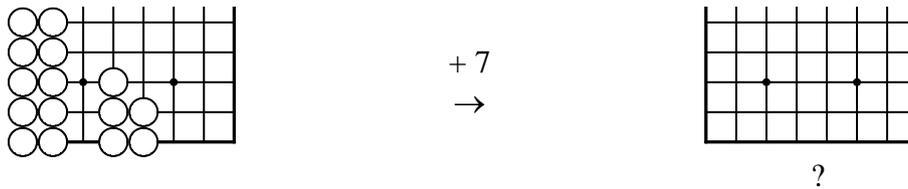


### Problèmes du type « avant-après »

Pour s'appuyer sur le jeu de go, on peut imaginer qu'un joueur compte ses pierres à deux moments de la partie : « avant » et « après ».

Pour expliquer plus simplement une représentation, on peut privilégier un autre jeu familier, celui des billes.

### Recherche de l'état final dans une transformation positive

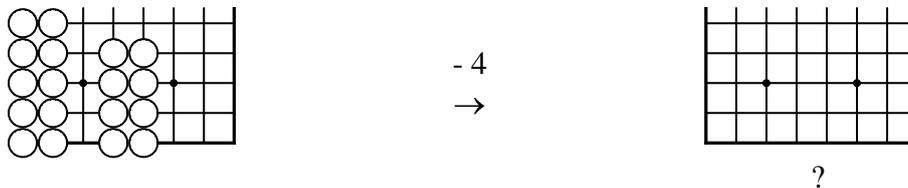


A un moment de la partie (avant), Blanc a 15 pierres. Un peu plus tard, il en a 7 de plus. Combien en a-t-il alors (après) ?

Au début de la récréation, Jean a 15 billes. Pendant la récréation, il en gagne 7. Combien Jean a-t-il de billes à la fin de la récréation ?

Avant l'arrêt du bus il y avait 15 passagers. En repartant il y en a 7 de plus. Combien y a-t-il de passagers dans le bus ?

### Recherche de l'état final dans une transformation négative



A un moment de la partie (avant), Blanc a 18 pierres. Un peu plus tard, il en a 4 de moins. Combien en a-t-il alors (après) ?

Au début de la récréation, Pauline a 18 billes. Pendant la récréation, elle en perd 4. Combien Pauline a-t-elle de billes à la fin de la récréation ?

Avant l'arrêt du bus il y avait 18 passagers. En repartant il y en a 4 de moins. Combien y a-t-il de passagers dans le bus ?

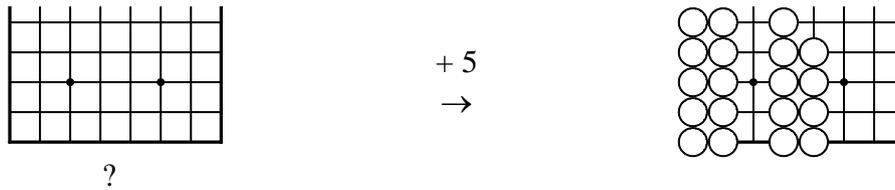
### La notion de cas particulier

Il y a 18 oiseaux dans une cage. Pierre ouvre la cage et 4 s'envolent. Combien en reste-t-il ? Dans ce cas (particulier), les 14 oiseaux qui restent font partie des 18 qui s'y trouvaient.

Avant l'arrêt du bus il y avait 18 passagers. En repartant il y en a 4 de moins ... Dans ce cas (général), un passager du bus quand il repart n'y était pas forcément avant l'arrêt.

Les cas particuliers s'apparentent au type « tout et parties » avec ici la partie des oiseaux qui s'envolent et celle de ceux qui restent. La représentation à l'aide d'un diagramme en bâtons est plus adaptable aux cas particuliers qu'à ceux qui ne le sont pas.

### Recherche de l'état initial dans une transformation positive

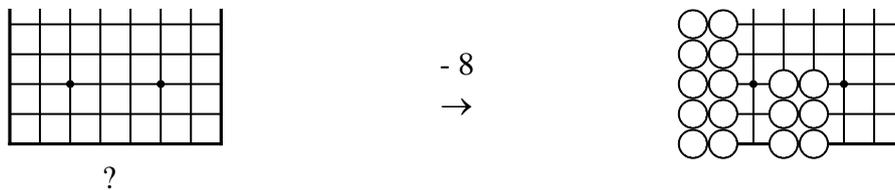


Blanc a 19 pierres. Il en a 5 de plus qu'un peu plus tôt. Combien en avait-il avant ?

Agathe a 19 billes à la fin de la récréation. Elle en a 5 de plus qu'au début. Combien en avait-elle au début de la récréation ?

Il y a 19 poules dans le poulailler. Il y en a 5 de plus qu'hier. Combien y en avait-il hier ?

### Recherche de l'état initial dans une transformation négative



Blanc a 16 pierres. Il en a 8 de plus qu'un peu plus tôt. Combien en avait-il avant ?

Thomas a 16 billes à la fin de la récréation. Il en a 8 de moins qu'au début. Combien en avait-il au début de la récréation ?

Emile échange des images. Aujourd'hui il en a 16. Il en a 8 de moins qu'hier. Combien Emile avait-il d'images hier ?

### Remarques

On peut envisager différentes formulations pour la même situation inspirée d'une représentation.

### Ordre des données

Il y a 19 poules dans le poulailler. Il y en a 5 de plus qu'hier. Combien y en avait-il hier ?  
Il y a 5 poules de plus qu'hier dans le poulailler. Il y a en a 19. Combien y en avait-il hier ?

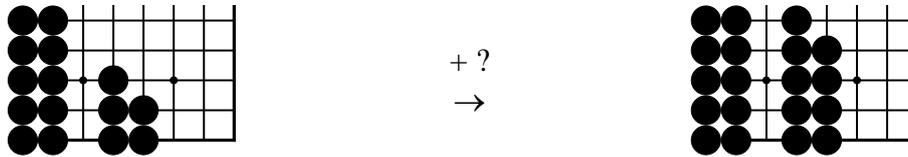
### Moins ou plus

Il y a 19 poules dans le poulailler. Hier, il y en avait 5 de moins. Combien y en avait-il hier ?

On habitue les élèves à se demander si l'état initial que l'on recherche (ici) est plus grand ou plus petit que l'état final qui est donné (ici).

## Type « avant-après » - Recherche de la transformation

### Transformation positive

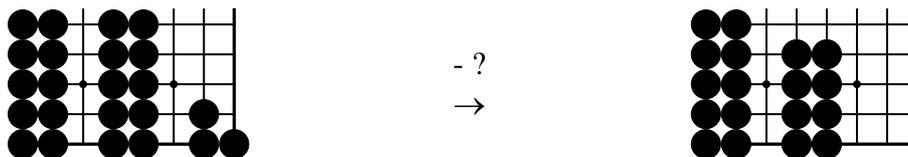


Noir a 15 pierres (avant). Un peu plus tard il en a 19 (après). Combien Noir a-t-il de pierres en plus ?

Juliette a 15 billes au début de la récréation et 19 à la fin. Combien de billes a-t-elle gagnées ?

Dans notre école, 15 élèves étaient absents hier. Aujourd'hui il y en a 19. Combien y a-t-il d'élèves absents en plus ?

### Transformation négative



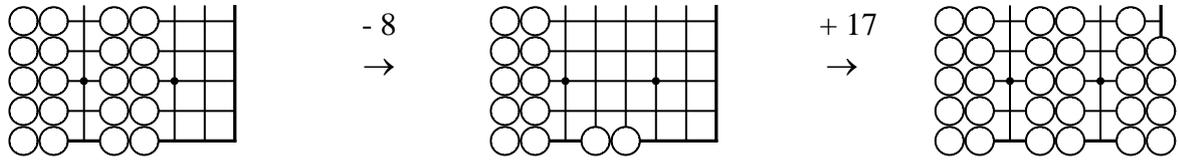
Noir a 23 pierres (avant). Un peu plus tard il en a 18 (après). Combien Noir a-t-il de pierres en moins ?

Jules a 23 billes au début de la récréation et 18 à la fin. Combien de billes a-t-il perdues ?

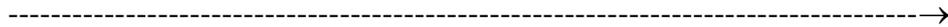
Un cirque avait 23 animaux l'année dernière. Cette année, il en a 18. Combien ce cirque a-t-il d'animaux en moins ?

## Composée de deux transformations

On peut considérer que les diagrammes suivants illustrent le nombre de passagers dans un bus (au départ – après le 1<sup>er</sup> arrêt – après le deuxième arrêt) et les flèches les transformations.



$+9$



En retournant les diagrammes il reste :



$+9$



Deux des trois informations,  $-8$ ,  $+17$  et  $+9$  permettent de déterminer la troisième.

A partir de cet exemple, on peut créer trois problèmes visuels avec la consigne : « complète ».



?



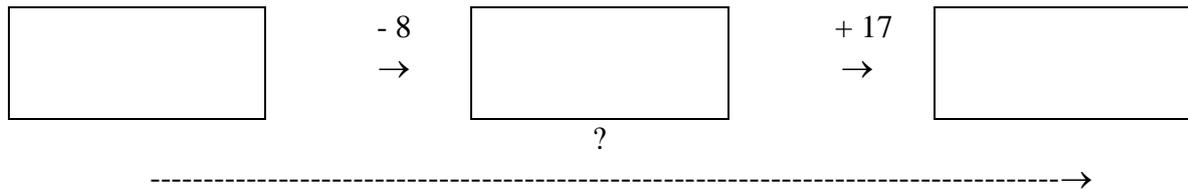
$+9$



$+9$



On peut associer un énoncé à une représentation



Sur le deuxième diagramme il y a 8 pierres de moins que sur le premier.

Sur le troisième diagramme il y a 17 pierres de plus que sur le premier.

Quelle est la variation entre le premier et le troisième diagramme ?

Ce matin j'ai perdu 8 billes.

Cet après-midi j'ai gagné 17 billes.

Combien de billes ai-je gagnées ou perdues en tout dans la journée ?

Après le premier arrêt, il y a 8 passagers de moins dans le bus.

Après le deuxième arrêt il y a 17 passagers de plus.

Quelle est la variation du nombre de passagers depuis le départ du bus ?

### Liste de tous les cas envisageables

- + suivi de + donne +
- + suivi de - donne +
- + suivi de - donne -
  
- - suivi de - donne -
- - suivi de + donne -
- - suivi de + donne +

Pour chaque cas on peut considérer trois sous cas :

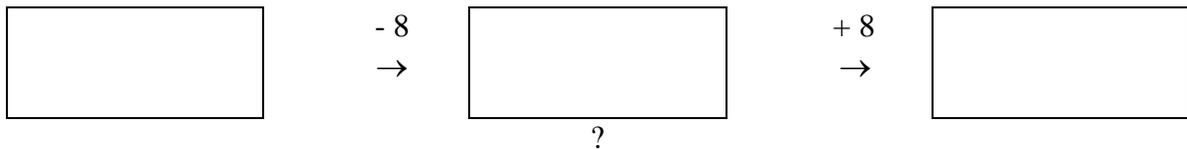
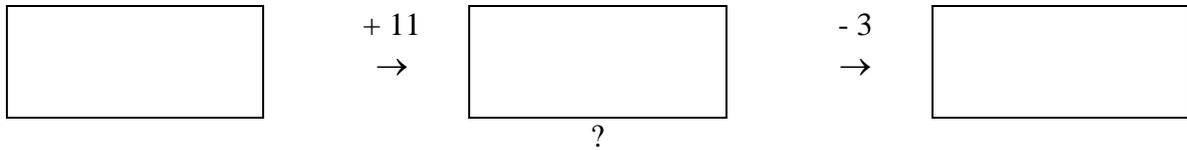
- recherche de la 1<sup>ère</sup> transformation
- recherche de la 2<sup>ème</sup> transformation
- recherche de la composée

### Cas particuliers

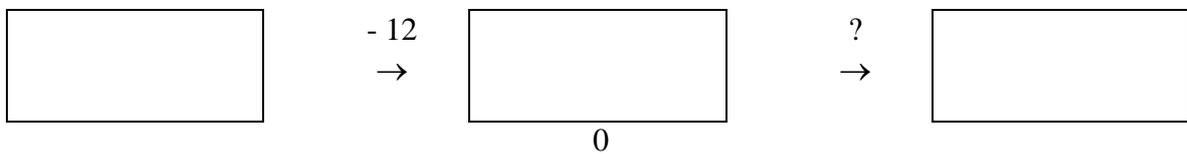
- 0 suivi de 0 donne 0
- + suivi de 0 donne +
- 0 suivi de + donne +
- - suivi de 0 donne -
- 0 suivi de - donne -
- + suivi de - donne 0
- - suivi de + donne 0

## Exemples simples dont cas particuliers

### Recherche de la composée



### Recherche de la 2<sup>ème</sup> transformation



### Recherche de la 1<sup>ère</sup> transformation

